

# Zadání písemné zkoušky z Matematiky 2

FSV UK, LS 2023-24

Termín číslo 1, 28. 5. 2024

---

1. Určete definiční obor funkce  $f$ , spočtěte její parciální derivace prvního řádu všude, kde existují, a napište rovnici tečné roviny v bodě  $[1, 0]$ .

$$f(x, y) = \max\{0, x^2 - y^2\}$$

(12 bodů)

2. Nalezněte maximum a minimum funkce  $f$  na množině  $M$ .

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2,$$

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x + y + z = 1, x^2 + y^2 = z\}$$

(13 bodů)

3. Mějme následující dva vztahy

$$\sin(u + v) + \sin(x + yu) = 0,$$

$$\sin(u - v) + \sin(x + yv) = 0.$$

Ukažte, že vztahy definují na okolí bodu  $[0, 0, 0, 0]$  funkce  $u, v$  proměnných  $x, y$  třídy  $\mathcal{C}^1$ , pro které platí  $u(0, 0) = 0, v(0, 0) = 0$ . Spočtěte  $\frac{\partial u}{\partial x}(0, 0)$  a  $\frac{\partial u}{\partial y}(0, 0)$ .

(12 bodů)

4. Spočtěte následující primitivní funkci.

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x + 2)^2(x^2 + 2x + 5)} dx$$

(13 bodů)